Examenul național de bacalaureat 2024
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*

Varianta 3

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $2-5i+i(5-3i)=5$, unde $i^2=-1$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=6x+m$, unde m este număr real. Determinați numărul real m pentru care $f(2)=15$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $7^{2x+1}=7^x\cdot 7^2$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă cel puțin una dintre cifre egală cu 1.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,5)$ și $B(4,2)$. Determinați distanța dintre punctul A și mijlocul segmentului OB.

5p **6.** Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $AB=5$ și $BC=5\sqrt{5}$. Arătați că $\sin C=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $A=\begin{pmatrix}2 & -1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$ și $B(x)=\begin{pmatrix}x & x-3\\ 3-x & x-4\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det A=1$.

5p **b)** Determinați numărul real a pentru care $B(4)\cdot B(4)+I_2=aB(4)$.

5p **c)** Determinați numărul real x pentru care $A\cdot B(x)=B(x)\cdot A$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=(x+y)(4-x-y)$.

5p **a)** Arătați că $0*3=3$.

5p **b)** Determinați numerele reale x pentru care $x*1=0$.

5p **c)** Determinați numerele naturale n pentru care numărul $N=(n+5)*(n-5)$ este natural.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-x-2\ln(x+1)$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{2x^2+x-3}{x+1}$, $x\in(-1,+\infty)$.

5p **b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=0$, situat pe graficul funcției f.

5p **c)** Arătați că $x^2-x\geq 2\ln\dfrac{x+1}{2}$, pentru orice $x\in(-1,+\infty)$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+3x+1$.

5p **a)** Arătați că $\displaystyle\int_0^3\left(f(x)-3x\right)dx=12$.

5p **b)** Arătați că $\displaystyle\int_0^1\frac{1}{\left(f(x)-x^2\right)^2}dx=\frac{1}{4}$.

5p **c)** Arătați că aria suprafeței plane delimitate de graficul funcției $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=\dfrac{f(x)-x^2-1}{e^x}$, axa Ox și dreptele de ecuații $x=0$ și $x=1$ este egală cu $3\left(1-\dfrac{2}{e}\right)$.