# OLIMPIADA NAŢIONALĂ DE MATEMATICĂ

*Etapa locală-februarie 2026*

**Clasa a V a**

**Subiectul 1** *(21 puncte)*

Comparaţi numerele $a$ şi $4 \cdot b$ ştiind că $a = 2026 + 2 \cdot (1 + 2 + 3 + \cdots + 2025)$ şi $b = 1 + 3 + 5 + \cdots + 2025$.

**Subiectul 2** *(21 puncte)*

Aflaţi toate numerele naturale de trei cifre care împărţite la răsturnatul lor dau câtul 3 şi restul 175.

**Subiectul 3** *(21 puncte)*

Vârsta lui Ionel este $\overline{2a}$ ani şi vârsta mamei sale este de $\overline{a2}$ ani. În momentul în care vârsta lui Ionel este de $\overline{2b}$ ani, vârsta mamei sale este egală cu dublul vârstei acestuia. Aflaţi câţi ani are Ionel.

(GM 9/2025)

**Subiectul 4** *(21 puncte)*

**a)** Să se demonstreze că $(2^8)^3 + (2^6)^4 = (2^5)^5$;

**b)** Arătaţi că există o infinitate de triplete $(a, b, c)$ de numere naturale care sunt soluţii ale ecuaţiei $a^3 + b^4 = c^5$.

Timp de lucru 3 ore.

# OLIMPIADA NAŢIONALĂ DE MATEMATICĂ
## ETAPA LOCALĂ
## 7 FEBRUARIE 2026
### CLASA a VI-a

**Problema 1 (21 puncte)**

Fie $A = \left\{\frac{2035}{10}; \frac{2036}{11}; \frac{2037}{12}; \dots\right\}$. Determină cardinalul mulţimii $A \cap \mathbb{N}$.

( *Gazeta Matematică* )

**Problema 2 (21 puncte)**

Pe o tablă sunt scrise numerele 1, 2, 3, ..., 2025. La fiecare pas avem voie să ştergem oricare două numere şi în locul lor să scriem restul împărţirii sumei lor la 9. După 2023 de paşi pe tablă rămân 2 numere dintre care unul este 1000. Care este al doilea număr?

**Problema 3 (21 puncte)**

Se consideră unghiurile adiacente complementare $AOB$ şi $BOC$ ale căror măsuri verifică relaţia $2 \cdot \sphericalangle AOB = 3 \cdot \sphericalangle BOC$.

a) Află măsurile celor două unghiuri.
b) Află măsura unghiului determinat de $OB$ şi bisectoarea unghiului ale cărui laturi sunt bisectoarele unghiurilor date.

**Problema 4 (21 puncte)**

Pe cercul $\mathcal{C}(O, r)$ se consideră punctele diametral opuse $A$ şi $B$. Punctul $C$ se află pe cerc astfel încât măsura arcului mic $AC$ este 25% din măsura cercului. Pe arcele mici $AC$şi $BC$ se consideră punctele $D$ şi, respectiv, $E$, astfel încât $\sphericalangle DOE$ este unghi drept.

a) Arată că măsurile arcelor mici $AD$ şi $CE$ sunt egale.
b) Perpendiculara din $B$ pe $DO$ intersectează a doua oară cercul în punctul $F$. Arată că $\sphericalangle ABF \equiv \sphericalangle DOC$.

**Timp de lucru 3 ore.**

Str. Al. Marghiloman nr. 30, 120031, Buzău
Tel: +40 (0)238 721655, Fax: +40 (0)238 414655
www.isjbuzau.ro, E-mail: office@isjbuzau.ro

# OLIMPIADA NAŢIONALĂ DE MATEMATICĂ
# ETAPA LOCALĂ
# 7 FEBRUARIE 2026
# CLASA a VII-a

**Subiectul 1 (21 puncte)**

Se consideră numerele $a = \sqrt{2} + \sqrt{4} + \sqrt{6} + \cdots + \sqrt{2026}$ şi $b = \sqrt{3} + \sqrt{6} + \sqrt{9} + \cdots + \sqrt{3039}$.

a) Calculaţi raportul dintre $b$ şi $a$.

b) Arătaţi că numărul $\frac{b^4+a^4}{a^2b^2}$ este mai mic decât 2,2.

**Subiectul 2 (21 puncte)**

a) Să se demonstreze că $(3^{12})^2 + (3^8)^3 + (3^6)^4 = (3^5)^5$;

b) Arătaţi că există o infinitate de cvadruple $(a, b, c, d)$ care verifică relaţia $a^2 + b^3 + c^4 = d^5$.

**Subiectul 3 (21 puncte)**

În pătratul ABCD notăm E şi F mijloacele laturilor CD, respectiv AD, iar intersecţia lui BE cu CF este punctul G. Demonstraţi că :

a) BE $\perp$ CF ;

b) $\Delta GAB$ este isoscel.

**Subiectul 4 (21 puncte)**

În patrulaterul convex ABCD , $\sphericalangle ABC = 45^\circ$, $\sphericalangle BAD = 150^\circ$, iar triunghiul ADC este dreptunghic isoscel cu ipotenuza AC. Calculaţi măsura unghiului $\sphericalangle BDC$.

(Gazeta Matematică)

Toate subiectele sunt obligatorii.

# OLIMPIADA NAŢIONALĂ DE MATEMATICĂ
## Etapa locală 7.02. 2026
## JUDEŢUL BUZĂU
## CLASA a VIII-a

**Problema 1**

a) Determinaţi perechile de numere naturale x şi y pentru care suma dintre media aritmetică şi cea geometrică este $\frac{25}{2}$.

b) Fie a, b, c numere reale nenule, cu abc = 1. Arătaţi că $\frac{a+1}{bc}+\frac{b+1}{ac}+\frac{c+1}{ab}+\frac{3}{4}\geq 0$.

**21 puncte**

**Problema 2**

Fie ABCD patru puncte necoplanare astfel încât AB = 15 cm, AC = 20 cm, AD = 12 cm, BD = 9 cm şi CD = 16 cm. Fie AE bisectoarea unghiului BAC şi DF bisectoarea unghiului ADB.

a) Arătaţi că $EF \parallel (ADC)$.

b) Demonstraţi că $DA \perp BC$.

**21 puncte**

**Problema 3**

Numerele reale a şi b verifică relaţia: $a^2+b^2+1=-\frac{a}{2}+b\sqrt{3}+\frac{3}{16}$.

a) Demonstraţi că $a=-\frac{1}{4}$.

b) Demonstraţi că $[a;b]\cap\mathbb{Z}^*$, unde $[a;b]$ este intervalul închis cu capetele a şi b.

**21 puncte**

**Problema 4**

4. Fie $ABCDA'B'C'D'$ un cub şi M, N, P, Q mijloacele muchiilor BC, AD, $CC'$, respectiv $DD'$. Notăm $AM\cap BD=\{E\}$, $CN\cap BD=\{F\}$, $DP\cap CD'=\{E'\}$, $C'Q\cap CD'=\{F'\}$.

a) Demonstraţi că $EE'=FF'$ şi $EE'\parallel(AC'Q)$.

b) Determinaţi sinusul unghiului format de dreptele $EE'$ şi $FF'$.

c) Demonstraţi că $EE'\parallel(GFF')$, unde G este centrul de greutate al triunghiului ABD.

Supliment G.M. 11 – 2025

**21 puncte**

**Notă:** *Toate problemele sunt obligatorii. Fiecare problemă este notată cu maxim 21 puncte. Timpul de lucru este de 3 ore.*