

Examenul de bacalaureat național 2013

Proba E. c)

Matematică $M_mate-info$

Varianta 6

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că numărul $n = (\sqrt{3} - 1)^2 + 2\sqrt{3}$ este natural.
- 5p** 2. Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficelor funcțiilor $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 1$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = 2x - 1$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{6-x^2} = 2^x$.
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca, alegând la întâmplare un număr din mulțimea numerelor naturale de trei cifre, suma cifrelor acestuia să fie egală cu 2.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,3)$ și $B(3,1)$. Determinați ecuația mediatoarei segmentului AB .
- 5p** 6. Calculați raza cercului circumscris triunghiului ABC dreptunghic în A , știind că $BC = 8$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Pentru fiecare număr real x se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} 1 & x & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ x & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

5p a) Calculați $A(0) \cdot A(1)$.

5p b) Arătați că $\det(A(x)) = x^2 - 1$, pentru orice număr real x .

5p c) Determinați numerele întregi x pentru care inversa matricei $A(x)$ are elementele numere întregi.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă dată de $x \circ y = \sqrt{x^2 y^2 + x^2 + y^2}$.

5p a) Calculați $2 \circ 3$.

5p b) Arătați că $x \circ y = \sqrt{(x^2 + 1)(y^2 + 1)} - 1$, pentru orice x și y numere reale.

5p c) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $x \circ x \circ x = x$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x^2 + 2x + 2$.

5p a) Calculați $g'(2)$.

5p b) Arătați că $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2f(x) - g(x)}{2x^3} = \frac{1}{6}$.

5p c) Demonstrați că $2f(x) \geq g(x)$, pentru orice $x \in [0, +\infty)$.

2. Se consideră funcțiile $f: (-2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 2 + \frac{1}{x+2}$ și $F: (-2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$,

$$F(x) = \frac{x^2}{2} + 2x + \ln(x+2).$$

5p a) Calculați $\int_0^1 (x+2)f(x)dx$.

5p b) Verificați dacă funcția F este o primitivă a funcției f .

5p c) Calculați $\int_{-1}^0 F(x)f(x)dx$.