

Examenul național de bacalaureat 2022  
Proba E. c)

Matematică  $M_{\text{mate-info}}$

Varianta 3

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că  $5(1+2i) - 2i(5-i) = 3$ , unde  $i^2 = -1$ .
- 5p 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - 2x - 3$ . Determinați numărul real  $a$  pentru care  $f(a) = 1 + a^2$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\log_3(2x^2 + 1) = 2$ .
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă cifrele impare și distincte.
- 5p 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(2,0)$ ,  $B(1,6)$  și  $C(4,2)$ . Determinați coordonatele punctului  $D$ , știind că  $\overline{AB} = \overline{DC}$ .
- 5p 6. Se consideră triunghiul  $ABC$ , dreptunghic în  $A$ , astfel încât  $BC = 10$  și  $\sin B = 2 \sin C$ . Arătați că lungimea laturii  $AB$  este egală cu  $2\sqrt{5}$ .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele  $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $O_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$  și  $A(x) = \begin{pmatrix} x+1 & -x & 0 \\ x & 1-x & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ , unde  $x$  este număr real.
- 5p a) Arătați că  $\det(A(1)) = 1$ .
- 5p b) Arătați că  $(A(x) - I_3)(A(x) - I_3) = O_3$ , pentru orice număr real  $x$ .
- 5p c) Determinați numerele reale  $x$  pentru care  $A(x) \cdot A(x) = xA(x) - (x-1)I_3$ .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție  $x * y = (x+y)^2 - 2(x-y) - 3$ .
- 5p a) Arătați că  $0 * 2 = 5$ .
- 5p b) Determinați numerele reale  $x$  pentru care  $x * (x+1) = 8$ .
- 5p c) Determinați perechile  $(m, n)$  de numere naturale pentru care  $m * n = 2mn$ .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = (x^2 - 5x + 10)\sqrt{x}$ .
- 5p a) Arătați că  $f'(x) = \frac{5(x^2 - 3x + 2)}{2\sqrt{x}}$ ,  $x \in (0, +\infty)$ .
- 5p b) Determinați intervalele de monotonie a funcției  $f$ .
- 5p c) Arătați că  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{f(x)}{x^2\sqrt{x}} \right)^{\frac{x}{5}} = \frac{1}{e}$ .

2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x + e^x + \frac{1}{e^x + 1}$ .

5p a) Arătați că  $\int_0^2 \left( f(x) - \frac{1}{e^x + 1} \right) dx = e^2 + 1$ .

5p b) Arătați că  $\int_{-1}^1 e^x (f(x) - x - e^x) dx = 1$ .

5p c) Determinați numărul real  $m$  pentru care  $\int_0^1 x(f(x) + f(-x)) dx = \frac{m}{2} - \frac{2}{e}$ .

<https://variante-mate.ro>