Examenul de bacalaureat național 2022
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

Varianta 3

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Arătați că $\left(\sqrt{3}+1\right)^2-\left(\sqrt{3}-1\right)^2=\sqrt{48}$.

5p **2.** Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficelor funcțiilor $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+1$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=-2x+5$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{x-2}=\left(\frac{1}{3}\right)^{-2x}$.

5p **4.** Determinați câte numere naturale impare de două cifre se pot forma cu cifrele 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 și 8.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,2)$, $B(5,2)$ și $C(6,6)$. Determinați distanța de la punctul B la mijlocul segmentului AC.

5p **6.** Se consideră triunghiul ABC cu $AB=9$, $AC=12$ și $BC=15$. Arătați că $\sin B+\sin C=\frac{7}{5}$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=-\frac{1}{3}xy+\frac{1}{3}(x+y)+\frac{2}{3}$.

5p **1.** Arătați că $4*2=0$.

5p **2.** Demonstrați că $x*y=-\frac{1}{3}(x-1)(y-1)+1$, pentru orice numere reale x și y.

5p **3.** Determinați numărul real x pentru care $4*x=x$.

5p **4.** Arătați că $e=-2$ este elementul neutru al legii de compoziție „*”.

5p **5.** Determinați numerele reale x pentru care $x*x=-2$.

5p **6.** Arătați că $\frac{1}{x}*\frac{1}{x}\leq 1$, pentru orice număr real nenul x.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

Se consideră matricele $A(x,y)=\begin{pmatrix} x & y \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, unde x și y sunt numere reale.

5p **1.** Arătați că $\det B=2$.

5p **2.** Arătați că $\det\left(A(2n,2n+1)\right)$ este număr natural impar, pentru orice număr natural nenul n.

5p **3.** Arătați că $A(2x,0)+A(0,2x)=2A(x,x)$, pentru orice număr real x.

5p **4.** Determinați numerele reale x și y, astfel încât $A(x,y)\cdot B=B\cdot A(x,y)$.

5p **5.** Determinați numărul real strict pozitiv x, știind că suma elementelor matricei $A\left(\log_3 x, 1\right)$ este egală cu 5.

5p **6.** Determinați numerele reale x și y, știind că $A(x,y)\cdot A(x,y)=2I_2$.