

Examenul național de bacalaureat 2022
Proba E. c)

Matematică *M_șt-nat*

Varianta 3

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)(2+\sqrt{2})=2$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^2 - 4x$. Determinați abscisele punctelor de intersecție a graficului funcției f cu axa Ox .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{x-3} = \frac{1}{2^{2x}}$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie multiplu de 11.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1,0)$, $B(0,3)$ și $C(4,0)$. Arătați că triunghiul ABC este isoscel.
- 5p 6. Se consideră $E(x) = \operatorname{tg} x + \sin \frac{3x}{2} - 2 \cos \frac{x}{2}$, unde $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$. Arătați că $E\left(\frac{\pi}{3}\right) = 1$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $M(x) = \begin{pmatrix} x+1 & -x \\ -2x & 2x+1 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(M(1)) = 4$.
- 5p b) Arătați că $M(x) \cdot M(1) = M(4x+1)$, pentru orice număr real x .
- 5p c) Determinați numărul real x pentru care $M(x) \cdot M(1) \cdot M(1) = M(x+2)$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = 5xy + 10x + 10y + 18$.
- 5p a) Arătați că $(-1) \circ 0 = 8$.
- 5p b) Demonstrați că $x \circ y = 5(x+2)(y+2) - 2$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p c) Determinați numărul întreg m pentru care $m \circ m = m$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2+1}{x-1} + \ln(x-1)$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{x^2-x-2}{(x-1)^2}$, $x \in (1, +\infty)$.
- 5p b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=2$, situat pe graficul funcției f .
- 5p c) Demonstrați că $\frac{x^2+1}{x-1} + \ln(x-1) \geq 5$, pentru orice $x \in (1, +\infty)$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x+4}{6x^2+1}$.
- 5p a) Arătați că $\int_0^2 f(x)(6x^2+1) dx = 10$.

5p b) Arătați că $\int_0^2 \left(f(x) - \frac{4}{6x^2 + 1} \right) dx = \frac{\ln 5}{6}$.

5p c) Determinați numărul real m pentru care $\int_0^1 \frac{x+4}{f(x)} \cdot e^{2x} dx = m(e^2 - 1)$.

<https://variante-mate.ro>