

**Examenul de bacalaureat național 2018**  
**Proba E. c)**

**Matematică M\_st-nat**

**Varianta 3**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Determinați al doilea termen al progresiei aritmetice  $(a_n)_{n \geq 1}$ , știind că  $a_1 = 7$  și  $a_3 = 15$ .
- 5p** 2. Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 3x + 2$ . Determinați numerele naturale  $n$ , pentru care  $f(n) < 8$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\sqrt{x^2 - 1} = x + 1$ .
- 5p** 4. Determinați numărul submulțimilor cu trei elemente ale mulțimii  $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ .
- 5p** 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră dreptele  $d_1 : y = \frac{x}{2} + 2$  și  $d_2 : y = (m-3)x + 1$ , unde  $m$  este număr real. Determinați numărul real  $m$ , pentru care dreptele  $d_1$  și  $d_2$  sunt perpendiculare.
- 5p** 6. Arătați că, dacă  $\sin 2x = \frac{1}{2}$ , atunci  $(\sin x + \cos x)^2 = \frac{3}{2}$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

- 1.** Se consideră matricea  $X(a,b) = \begin{pmatrix} a & b \\ 9b & a \end{pmatrix}$ , unde  $a$  și  $b$  sunt numere reale.
- 5p a)** Arătați că  $\det(X(3,1)) = 0$ .
- 5p b)** Demonstrați că  $X(a,b)X(c,d) = X(ac + 9bd, ad + bc)$ , pentru orice numere reale  $a, b, c$  și  $d$ .
- 5p c)** Determinați perechile de numere întregi  $(m,n)$  pentru care  $\det(X(m,n)) = 1$ .
- 2.** Se consideră polinomul  $f = 2X^3 - 4X^2 - 7X + m$ , unde  $m$  este număr real.
- 5p a)** Pentru  $m = 9$ , arătați că  $f(1) = 0$ .
- 5p b)** Determinați numărul real  $m$  pentru care polinomul  $f$  este divizibil cu  $X + \sqrt{2}$ .
- 5p c)** Determinați numărul real  $m$ , știind că suma a două rădăcini ale polinomului  $f$  este egală cu 1.

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

- 1.** Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = (x-1)e^x + 1$ .
- 5p a)** Arătați că  $f'(x) = xe^x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p b)** Determinați ecuația asymptotei orizontale spre  $-\infty$  la graficul funcției  $f$ .
- 5p c)** Demonstrați că  $\sqrt[n]{e} \leq \frac{n}{n-1}$ , pentru orice număr natural  $n$ ,  $n \geq 2$ .
- 2.** Se consideră funcția  $f : [2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x\sqrt{x-2}$ .
- 5p a)** Arătați că  $\int_2^3 f(x)\sqrt{x-2} dx = \frac{4}{3}$ .
- 5p b)** Arătați că volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei  $Ox$  a graficului funcției  $g : [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = \frac{f(x+2)}{x+2} \cdot \sqrt{e^x}$  este egal cu  $\pi$ .
- 5p c)** Calculați  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\int_3^x f(t) \cdot \frac{1}{\sqrt{t-2}} dt}{x^2}$ .