

Examenul de bacalaureat național 2018

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Varianta 3

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\sqrt{3}(2-\sqrt{2})+\sqrt{2}(\sqrt{3}-\sqrt{6})=0$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-2$. Determinați numerele reale a , știind că $f(a)=a$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{7x-5}=4^x$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea $A=\{1, 2, 3, 4, 5\}$, acesta să verifice relația $2^n\leq 16$.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(1,2)$, $N(4,3)$ și $P(6,1)$. Determinați lungimea segmentului MQ , unde Q este mijlocul segmentului NP .
- 5p 6. Arătați că $\sin 30^\circ+\sin 45^\circ-\cos 60^\circ-\cos 45^\circ=0$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $A(x)=\begin{pmatrix} x & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(A(2))=5$.
- 5p b) Determinați numerele reale x și y pentru care $A(x)\cdot A(y)=3I_2$.
- 5p c) Determinați numărul întreg p pentru care $\det(A(p)\cdot A(p)+I_2)=5$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x*y=xy-(x+y)+2$.
- 5p a) Arătați că $2*2=2$.
- 5p b) Demonstrați că $x*y=(x-1)(y-1)+1$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p c) Calculați $1*2*3*\dots*2018$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x^2+x+1}{x^2+2x+2}$.
- 5p a) Arătați că $f'(x)=\frac{x(x+2)}{(x^2+2x+2)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.
- 5p b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=-1$, situat pe graficul funcției f .
- 5p c) Demonstrați că $1\leq f(x)+f(y)\leq 3$, pentru orice numere reale x și y .
2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$, $f(x)=x^3-6x^2+12x+5$.
- 5p a) Arătați că $\int_0^1(f(x)-x^3)dx=9$.
- 5p b) Demonstrați că orice primitivă a funcției f este o funcție convexă pe \mathbb{R} .
- 5p c) Arătați că $\int_2^4\frac{3}{f'(x)+12}dx=\frac{\pi}{8}$.