

Examenul de bacalaureat național 2019

Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

Clasa a XI-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I – Scrieți, pe foaia de examen, litera corespunzătoare răspunsului corect. (30 de puncte)

- 5p** 1. Suma primilor trei termeni ai unei progresii aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$ este egală cu 333. Al doilea termen al acestei progresii este egal cu:
A. 30 B. 111 C. 222 D. 333
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x - 5$. Numărul $(f \circ f)\left(\frac{10}{9}\right)$ este egal cu:
A. -10 B. $-\frac{5}{3}$ C. 0 D. $\frac{10}{9}$
- 5p** 3. Mulțimea soluțiilor ecuației $2 \log_2(x+1) - \log_2(x+2) = \log_{\frac{1}{3}} 3$ este:
A. $\left\{-\frac{3}{2}, 0\right\}$ B. $\left\{-\frac{3}{2}\right\}$ C. $\{0\}$ D. $\left\{0, \frac{3}{2}\right\}$
- 5p** 4. Probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă cel puțin o cifră pară este egală cu:
A. $\frac{5}{18}$ B. $\frac{4}{9}$ C. $\frac{5}{9}$ D. $\frac{13}{18}$
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră triunghiul ale cărui laturi se află pe drepte de ecuații $d_1: y = -2x$, $d_2: y = 2x$ și $d_3: x = 2$. Perimetrul acestui triunghi este egal cu:
A. $4(2 + \sqrt{5})$ B. 24 C. $6\sqrt{5}$ D. $4(3 + \sqrt{5})$
- 5p** 6. Se consideră expresia $E(x) = \sin x - \cos x + \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) - \cos\left(x + \frac{3\pi}{2}\right)$, unde x este număr real. Pentru orice număr real x , expresia $E(x)$ este egală cu:
A. 0 B. $2 \cos x$ C. $2 \sin x$ D. 1

SUBIECTUL al II-lea – Scrieți, pe foaia de examen, rezolvările complete.

(30 de puncte)

1. Se consideră determinantul $D(a, b) = \begin{vmatrix} a & 2b & 1 \\ a & a & b \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix}$, unde a și b sunt numere reale.
- 5p** a) Calculați $D(0, 1)$.
- 5p** b) Arătați că $D(a, 1) \geq 0$, pentru orice număr real a .
- 5p** c) Demonstrați că, dacă numerele m și n sunt întregi impare, atunci $D(m, n) \neq 0$.
2. Se consideră matricele $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $A(x) = \begin{pmatrix} x & 1 & -x \\ 1 & 0 & 1 \\ -x & 1 & x \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p** a) Arătați că $A(-x) + A(x) = 2A(0)$, pentru orice număr real x .
- 5p** b) Arătați că $\det(A(x)A(y) - A(2xy)) = 0$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p** c) Determinați numărul real m , știind că $A(1)A\left(\frac{1}{2}\right) + A(2)A\left(\frac{1}{4}\right) + \dots + A(2019)A\left(\frac{1}{4038}\right) = mI_3$.

1. Se consideră funcția $f : (-2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x+1}{x+2}$.

5p a) Calculați $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

5p b) Se consideră șirul $(a_n)_{n \geq 1}$ cu $a_n = f(n)$. Demonstrați că șirul $(a_n)_{n \geq 1}$ este mărginit.

5p c) Calculați $\lim_{n \rightarrow +\infty} n(\sqrt{f(n)} - 1)$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} a + \frac{\sin x}{x}, & x \in (-\infty, 0) \\ \sqrt{x^2 + 2x}, & x \in [0, +\infty) \end{cases}$, unde a este număr real.

5p a) Determinați numărul real a pentru care funcția f este continuă pe \mathbb{R} .

5p b) Pentru $a = 1$, determinați ecuația asimptotei orizontale spre $-\infty$ la graficul funcției f .

5p c) Demonstrați că, pentru orice număr real a , ecuația $f(x) = |a|$ are cel puțin o soluție.