

Examenul de bacalaureat național 2019

Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

Clasa a XII-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Calculați modulul numărului complex $z = (2 - i)(3 + 2i) - 4(1 + i)$.
- 5p 2. Determinați valorile reale ale lui m pentru care $x^2 - (2m + 1)x + m(m - 1) \geq 0$, pentru orice număr real x .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2 \log_2 x - \log_x 2 = 1$.
- 5p 4. Determinați numărul de elemente ale unei mulțimi A , știind că mulțimea A are exact 16 submulțimi cu cel mult două elemente.
- 5p 5. Se consideră triunghiul ABC , punctul M mijlocul laturii BC și punctul N mijlocul segmentului AM . Demonstrați că $2\overline{AN} + \overline{BN} + \overline{CN} = \vec{0}$.
- 5p 6. Determinați $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$, știind că $1 + 3 \cos x = \cos 2x$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & a \\ 2 & a & 4 \end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x + 2y + az = 2 \\ 2x + ay + 4z = 3 \end{cases}$, unde a este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(A(a)) = a(3 - a)$, pentru orice număr real a .
- 5p b) Pentru $a = 0$, demonstrați că sistemul de ecuații este incompatibil.
- 5p c) Determinați numerele întregi a pentru care sistemul de ecuații are soluție unică (x_0, y_0, z_0) și x_0, y_0 și z_0 sunt numere întregi.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = \sqrt{x^2 y^2 + x^2 + y^2}$.
- 5p a) Demonstrați că $x \circ y = \sqrt{(x^2 + 1)(y^2 + 1)} - 1$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p b) Determinați perechile de numere naturale a și b , știind că $a \circ b = 1$.
- 5p c) Demonstrați că pentru orice număr natural $n, n \geq 2$, numărul $\underbrace{1 \circ 1 \circ \dots \circ 1}_{1 \text{ de } n \text{ ori}}$ nu este natural.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 2} - x + 1$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{x + 1 - \sqrt{x^2 + 2x + 2}}{\sqrt{x^2 + 2x + 2}}, x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Determinați ecuația asimptotei oblice spre $-\infty$ la graficul funcției f .
- 5p c) Determinați imaginea funcției f .

2. Se consideră funcția $f : (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x \ln(x+1)$.

5p a) Calculați $\int_1^2 \frac{(3x-2)f(x)}{\ln(x+1)} dx$.

5p b) Arătați că $\int_0^1 f(x) dx = \frac{1}{4}$.

5p c) Calculați $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{1}{t^3} \int_0^t f(x) dx$.