

Examenul național de bacalaureat 2022
Proba E. c)
Matematică $M_{\text{mate-info}}$

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Se consideră numerele complexe $z_1 = 1 - 2i$ și $z_2 = 2 + i$. Arătați că $(z_1 + i)(z_2 - 1) = 2$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 4x + m$, unde m este număr real. Determinați valorile reale ale lui m pentru care $f(x) > 0$, pentru orice număr real x .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $1 + 2 \log_2 \sqrt{x-2} = \log_2 x$.
- 5p** 4. Se consideră mulțimea A , a numerelor naturale de două cifre. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea A , acesta să aibă exact doi multipli în mulțimea A .
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-2, -2)$, $B(3, 1)$ și $M(2, 4)$. Determinați coordonatele punctului N , știind că patrulaterul $ABMN$ este paralelogram.
- 5p** 6. Se consideră triunghiul ABC , în care $\sin(A+B) + \cos C = 1$. Arătați că triunghiul ABC este dreptunghic.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & 3 & a \\ 2 & 1 & -1 \\ a & 3 & 1 \end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații $\begin{cases} x + 3y + az = 2 \\ 2x + y - z = -1 \\ ax + 3y + z = 1 \end{cases}$, unde a este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det(A(1)) = 0$.
- 5p** b) Arătați că $B(a) \cdot B(a) \cdot B(a) = a^3 B(1)$, pentru orice număr real a , unde $B(a) = A(a) - A(0)$.
- 5p** c) Demonstrați că, dacă sistemul de ecuații are o infinitate de soluții, atunci $x_0 y_0 + y_0 z_0 + z_0 x_0 \leq 0$, pentru orice soluție (x_0, y_0, z_0) a sistemului de ecuații, cu x_0, y_0 și z_0 numere reale.
2. Pe mulțimea numerelor complexe se definește legea de compoziție $z_1 * z_2 = \frac{z_1 + z_2}{4 \cdot |z_1 z_2| + 1}$.
- 5p** a) Arătați că $(-1) * 2 = \frac{1}{9}$.
- 5p** b) Arătați că $e = 0$ este elementul neutru al legii de compoziție „*”.
- 5p** c) Demonstrați că există cel puțin trei numere complexe distincte și nenule care verifică egalitatea $|z * z| = |z|$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\sqrt{x^4 + 16}}{x}$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = \frac{(x^2 - 4)(x^2 + 4)}{x^2 \sqrt{x^4 + 16}}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p** b) Determinați ecuația asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcției f .

5p c) Determinați valorile reale ale lui m pentru care ecuația $f(x) + f\left(\frac{4}{x}\right) = m$ are exact două soluții.

2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + 1}{e^x}$.

5p a) Arătați că $\int_0^3 e^x f(x) dx = 12$.

5p b) Arătați că orice primitivă G a funcției $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ este convexă.

5p c) Determinați numărul real a pentru care $\int_0^1 \frac{x^3}{\sqrt{e^x f(x)}} dx = \frac{a - \sqrt{2}}{3}$.

<https://variante-mate.ro>