

Examenul de bacalaureat național – simulare

19 noiembrie 2024

Proba E. c)

Matematică M1 _matematică-informatică

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Calculați modulul numărului complex $z = \frac{6+8i}{3-4i}$.
- 5p 2. Determinați $m \in \mathbb{R}$ știind că între rădăcinile x_1, x_2 ale ecuației $x^2 - (m+2)x + m = 0$ există relația:
 $2x_1 - 3x_1x_2 + 2x_2 = 3$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația: $\sqrt{4x+1} + x = 5$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca alegând un număr natural de două cifre, diferența cifrelor sale să fie egală cu 5.
- 5p 5. Fie $\triangle ABC$ și punctele E și F astfel încât $\overrightarrow{EA} = -2 \cdot \overrightarrow{EC}$ și $\overrightarrow{FB} = \frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{AF}$. Arătați că $\overrightarrow{FB} + \overrightarrow{EC} = \overrightarrow{AG}$, unde G este centrul de greutate al $\triangle ABC$.
- 5p 6. Determinați $x \in \left(0, \frac{\pi}{4}\right)$, știind că $\operatorname{tg}x + \operatorname{ctg}x = 4$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} 1+4x & 0 & 8x \\ 0 & 1 & 0 \\ -3x & 0 & 1-6x \end{pmatrix}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p a) Calculați $\det A\left(\frac{1}{2}\right)$.
- 5p b) Demonstrați că $A(x) \cdot A(y) = A(x+y-2xy)$, pentru orice $x, y \in \mathbb{R}$.
- 5p c) Determinați $a \in \mathbb{R}$ pentru care $A^2(a) = I_3$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se consideră legea de compoziție $x * y = 2xy + x + y$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$.
- 5p a) Arătați că $x * (-x) \leq 0$ pentru orice număr real x .
- 5p b) Cercetați dacă legea $*$ este asociativă.

5p c) Să se determine numerele întregi a al căror simetric în raport cu legea $*$ este tot număr întreg.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}$.

5p a) Arătați cu $f'(x) = \frac{1-x}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}, \forall x \in \mathbb{R} ..$

5p b) Calculați $\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x))^{2x}$.

5p c) Demonstrați că pentru orice număr real $a \in (1, \sqrt{2})$ ecuația $f(x) = a$ are exact două soluții reale strict pozitive.

2. Fie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x + e^{-x}$.

5p a) Determinați primitiva $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ a funcției f cu proprietatea că $F(0) = 2024$.

5p b) Calculați $\int e^x \cdot f(x) dx$.

5p c) Calculați $\int \frac{x+1}{f(x)} dx$.