

Examenul de bacalaureat național 2017

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{șt-nat}}$

Clasa a XII-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Determinați numărul complex z , știind că $2z + \bar{z} = 6 + i$, unde \bar{z} este conjugatul lui z .
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 4x - 5$. Calculați $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(10)$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2(x+3) = 1 + \log_2(x+1)$.
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă cifrele egale.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,1)$ și $B(5,5)$. Determinați ecuația dreptei care trece prin punctul $C(-2,6)$ și este perpendiculară pe dreapta AB .
- 5p** 6. Se consideră triunghiul ABC cu $AB = 3\sqrt{2}$, $m(\sphericalangle ACB) = 30^\circ$ și $m(\sphericalangle BAC) = 45^\circ$. Determinați lungimea laturii BC .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & x \\ 4 & 9 & x^2 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p** a) Calculați $A(1) - A(0)$.
- 5p** b) Arătați că $\det(A(x)) = (x-2)(x-3)$, pentru orice număr real x .
- 5p** c) Determinați numărul real a pentru care $\det(A(a)) \leq \det(A(x))$, pentru orice număr real x .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = 4xy - 4x - 4y + 5$.
- 5p** a) Arătați că $x \circ y = 4(x-1)(y-1) + 1$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p** b) Arătați că $N = 2016 \circ 2017$ este pătratul unui număr natural.
- 5p** c) Determinați numerele naturale a și b pentru care $a \circ b = 13$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 \ln x$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = x(2 \ln x + 1)$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p** b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = 1$, situat pe graficul funcției f .
- 5p** c) Demonstrați că $1 + 2e f(x) \geq 0$, pentru orice număr real x , $x \in (0, +\infty)$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x-1)e^x$.
- 5p** a) Arătați că $\int_0^1 f(x)e^{-x} dx = -\frac{1}{2}$.
- 5p** b) Determinați numărul real a , știind că funcția $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = (x+a)e^x$ este o primitivă a funcției f .
- 5p** c) Arătați că $\int_0^1 x^3 f(x) dx \leq -\frac{1}{20}$.