Examenul național de bacalaureat 2021
Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Simulare

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Determinați suma primilor trei termeni ai progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, știind că $a_1=\frac{1}{2}$ și $a_4=5$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=ax+a-2$, unde a este număr real. Determinați numărul real a pentru care $f(1)+f(-2)=0$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $1+\log_6(2x+6)=3$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de o cifră, acesta să poată fi scris sub forma n^3, unde n este număr natural.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,2)$, $B(0,6)$, $C(4,2)$ și punctul D, mijlocul segmentului BC. Determinați ecuația dreptei AD.

5p **6.** Calculați $2\sin 30°\cos 60°-\cos 120°$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=\frac{(x-1)(y-1)}{2}+1$.

5p **1.** Arătați că $2*(-5)=-2$.

5p **2.** Verificați dacă $e=3$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”.

5p **3.** Determinați numărul real a pentru care $a*5=3$.

5p **4.** Determinați valorile reale ale lui x pentru care $x*(1-x)\geq -5$.

5p **5.** Arătați că există o infinitate de numere naturale n pentru care numărul $N=(\sqrt{n}+1)*(\sqrt{n}+1)$ este natural par.

5p **6.** Determinați tripletele (m,n,p) de numere naturale, cu $m<n<p$, pentru care $m*n*p=8$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 3\\ -1 & 1\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $B(n)=\underbrace{A\cdot A\cdot\ldots\cdot A}_{\text{de } n \text{ ori A}}$, unde n este număr natural nenul.

5p **1.** Arătați că $\det A=4$.

5p **2.** Arătați că $\det(A+xI_2)\geq 3$, pentru orice număr real x.

5p **3.** Arătați că există un număr real a, astfel încât $B(3)=aI_2$.

5p **4.** Determinați numerele reale m pentru care $\det(2mA+I_2)+2m\det(A-I_2)=0$.

5p **5.** Se consideră matricea $M=\begin{pmatrix}x & y\\ z & t\end{pmatrix}\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, astfel încât $A\cdot M=M\cdot A$. Arătați că $x+y+3z-t=0$.

5p **6.** Demonstrați că, pentru orice număr natural nenul n, matricea $B(6n)$ are toate elementele numere naturale.