

Examenul de bacalaureat național 2015

Proba E. c)

Matematică *M_șt-nat*

Clasa a XI-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Calculați a_{2015} , știind că $(a_n)_{n \geq 1}$ este progresie aritmetică cu $a_1 = 2015$ și $r = -1$.
- 5p 2. Determinați numărul real m , știind că punctul $A(2, -3)$ aparține graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - (2m+1)x + 3$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1} = \sqrt{2}$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând una dintre submulțimile cu 2 elemente ale mulțimii $\{1, 2, 3, \dots, 9\}$, aceasta să fie formată doar din pătrate perfecte.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(5, -2)$ și $C(1, 2)$. Determinați coordonatele punctului B , știind că patrulaterul $OABC$ este paralelogram.
- 5p 6. Se consideră dreptunghiul $ABCD$ cu $AB = 3\sqrt{3}$ și $BD = 6$. Calculați aria triunghiului ABC .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră determinantul $D(x) = \begin{vmatrix} 1 & x & 4 \\ 2 & x-1 & 7-x \\ 1 & -2 & x^2 \end{vmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p a) Calculați $D(1)$.
- 5p b) Arătați că $D(x) = -(x-1)(x+1)(x+2)$, pentru orice număr real x .
- 5p c) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $D(2^x - 3) = 0$.
2. Se consideră matricea $X(a) = \begin{pmatrix} 1+3a & -6a \\ a & 1-2a \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
- 5p a) Arătați că $X(-1) + X(1) = 2X(0)$.
- 5p b) Arătați că $X(a) \cdot X(b) = X(a+b+ab)$, pentru orice numere reale a și b .
- 5p c) Determinați valorile reale ale lui a pentru care matricea $X(a)$ este inversabilă.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$.
- 5p a) Arătați că dreapta de ecuație $x=1$ este asimptotă verticală la graficul funcției f .
- 5p b) Calculați $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 4}{x - 2}$.
- 5p c) Determinați ecuația asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcției f .
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} e^{x+1} - 3, & x \leq -1 \\ 2x^3 + (a-3)x - 4, & x > -1 \end{cases}$, unde a este număr real.
- 5p a) Determinați numărul real a pentru care funcția f este continuă în $x = -1$.
- 5p b) Arătați că $f(x) + 2 \leq 0$, pentru orice $x \leq -1$.
- 5p c) Pentru $a = -1$, arătați că ecuația $f(x) = 0$ are cel puțin o soluție în intervalul $[0, 2]$.