

Exerciții rezolvate de trigonometrie

Enunțuri

Ex.1.

Să se calculeze $\sin^2 130^\circ + \cos^2 50^\circ$.

Variante M2 bac 2009

Ex.2.

Să se calculeze $\cos \frac{23\pi}{12} \cdot \sin \frac{\pi}{12}$.

Variante M1 bac 2009

Ex.3.

Știind că $\sin \alpha = \frac{1}{3}$, să se calculeze $\cos 2\alpha$.

Variante M1 bac 2009

Ex.4.

Să se arate că $\sin^2 1^\circ + \sin^2 2^\circ + \dots + \sin^2 90^\circ = \frac{91}{2}$

Variante M1 bac 2009

Ex.5.

Să se calculeze $\sin 135^\circ$.

Variante M2 bac 2009

Ex.6.

Să se arate că este adevărată egalitatea $\sin x \cdot \cos(90^\circ - x) + \cos^2(180^\circ - x) = 1$, oricare ar fi x măsura unui unghi ascuțit.

Variante M2 bac 2009

Rezolvări

Ex.1.

Folosim formula $\sin x = \sin(180^\circ - x)$.

$$\sin 130^\circ = \sin(180^\circ - 130^\circ) = \sin 50^\circ.$$

$\sin^2 130^\circ + \cos^2 50^\circ = \sin^2 50^\circ + \cos^2 50^\circ = 1$ conform formulei fundamentale a trigonometriei.

Ex.2.

$$\cos \frac{23\pi}{12} = \cos\left(2\pi - \frac{23\pi}{12}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$$

$$\cos \frac{23\pi}{12} \cdot \sin \frac{\pi}{12} = \cos\left(\frac{\pi}{12}\right) \cdot \sin \frac{\pi}{12} = \frac{\sin \frac{\pi}{6}}{2} = \frac{1}{4}.$$

Ex.3.

$$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha = 1 - 2 \cdot \frac{1}{9} = \frac{7}{9}$$

Ex.4.

Folosim formula $\sin x = \cos(90^\circ - x)$.

$$\begin{aligned} & \sin^2 1^\circ + \sin^2 2^\circ + \dots + \sin^2 44^\circ + \sin^2 45^\circ + \sin^2 46^\circ + \dots + \sin^2 90^\circ = \\ & = \sin^2 1^\circ + \sin^2 2^\circ + \dots + \sin^2 44^\circ + \sin^2 45^\circ + \cos^2 44^\circ + \dots \cos^2 1^\circ + \cos^2 0^\circ = \\ & = \underbrace{1+1+\dots+1}_{de\ 45\ de\ ori} + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 45 + \frac{1}{2} = \frac{91}{2}. \end{aligned}$$

Am mai folosit aici formula fundamentală a trigonometriei și anume $\sin^2 x + \cos^2 x = 1, \forall x \in \mathbb{R}$.

Ex.5.

$$\sin 135^\circ = \sin(180^\circ - 45^\circ) = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Ex.6.

$$\cos(90^\circ - x) = \sin x \quad \text{iar} \quad \cos(180^\circ - x) = -\cos x.$$

$$\text{Avem } \sin x \cdot \cos(90^\circ - x) + \cos^2(180^\circ - x) = \sin^2 x + \cos^2 x = 1.$$